Monatsaufgaben September 2007
Lösungen

Klasse 5/6

a) Es gibt für die Aufgabe mehrere Lösungen. Hier ist jeweils eine:

(5 + 5) : (5 + 5) = 1	(5 – 5) *5 + 5 = 5
5 : 5 + 5 : 5 = 2	55 : 5 – 5 = 6
(5 + 5 + 5) : 5 = 3	(5 + 5) : + 5 = 7
(5 * 5 – 5) : 5 = 4	5 +5 – 5 : 5 = 9
	(55 – 5) : 5 = 10

b) Um die 8 als Ergebnis zu erhalten, sind fünf Ziffern 5 erforderlich:

(5 + 5 + 5) : 5 + 5 = 8

Klasse 7/8

I. Wenn drei Zahlen x, y, z die beiden Forderungen erfüllen, dann gilt:

$$x + y + z = 945 \quad und \qquad (1)$$

$$\frac{1}{6}x = \frac{1}{7}y = \frac{1}{8}z \qquad (2)$$

Aus $\frac{1}{6}x = \frac{1}{7y}$ folgt $y = \frac{7}{6}x$; aus $\frac{1}{6}x = \frac{1}{8}z$ folgt $z = \frac{4}{3}x$.

Durch Einsetzen von y und z in (1) erhält man

$$x + \frac{7}{6}x + \frac{4}{3}x = 945.$$

Durch Umformen folgt

$$\frac{21}{6}x = 945 \quad und \quad schließlich$$

$$x = 270.$$

Hieraus folgt wegen $y = \frac{7}{6} \cdot 270 = 315 \quad und \quad z = \frac{4}{3} \cdot 270 = 360.$ Wenn drei Zahlen die Forderungen (1) und (2) erfüllen, dann können dies nur die Zahlen $x = 270,\ y = 315,\ z = 360$ sein.

II. Tatsächlich gilt: $\frac{1}{6}$ von 270 ist 45, $\frac{1}{7}$ von 315 ist 45, $\frac{1}{8}$ von 360 ist 45 und

270 + 315 + 360 = 945.

Damit ist gezeigt, dass genau die drei genannten Zahlen die Forderungen (1) und (2) erfüllen.

Klasse 9/10

Die Abbildung 421013a zeigt das ausgeschnittene Achteck. Zur Herleitung wird die Abbildung L411013b benutzt. Die Seitenlänge des Quadrats sei a. Die Mittelparallelen $\overline{SQ}$ *und* $\overline{PR}$ werden von ihrem Schnittpunkt M halbiert. Deshalb folgt aus der Strahlensatzfigur $RMPBN$:

$$|MN| = \frac{1}{2}|PB| = \frac{1}{4}a.$$

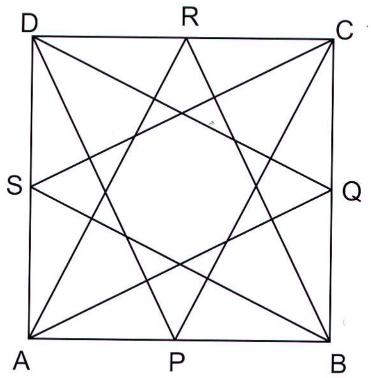

Abb. L 421013a

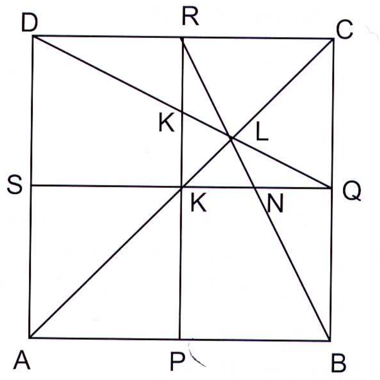

Abb. L 421013b

Das Dreieck MNR hat also den Flächeninhalt $\frac{1}{2}\cdot\frac{a}{2}\cdot\frac{a}{4} = \frac{a^2}{16}$. Entsprechend ist

$$|MK| = \frac{1}{2}|SD| = \frac{1}{4}a \qquad und \qquad |KR| = \frac{1}{4}a.$$

Da die Dreiecke KML und RKL außerdem in der von L ausgehenden Höhe übereinstimmen, haben sie denselben Flächeninhalt. Da die Gesamtfigur achsensymmetrisch bezüglich der Diagonalen $\overline{AC}$ ist, sind die Dreiecke KML und LMN kongruent. Jedes der Dreiecke RKL, KML *und* LMN hat also den Flächeninhalt $\frac{1}{3}\cdot\frac{a^2}{16}$. Das Achteck aus 8 zu KML kongruenten Dreiecken hat also den Flächeninhalt $\frac{a^2}{6}$.

Der Anteil des Achtecks am Flächeninhalt des Quadrats beträgt demzufolge $\frac{1}{6}$.