

# MONATSAUFGABEN DEZEMBER 2007

## Lösungen

### Klasse 5/6

- a) Petra hat für ihren Weihnachtsbaum **165** Streichhölzchen gebraucht. Die Figur besteht aus lauter kleinen Dreiecken. Ganz oben ist ein Dreieck, in der zweiten Zeile sind es 2, in der dritten Zeile 3 und schließlich in der untersten Zeile 10 Dreiecke. Für jedes Dreieck werden 3 Hölzchen gebraucht, also insgesamt

$$\begin{aligned} & 3 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10) \\ & = 3 \cdot 55 \\ & = 165. \end{aligned}$$

- b) Bei der Riesenausgabe des Fensterbildes sind es **630** Streichhölzchen. Diese Zahl errechnet sich so:

$$\begin{aligned} & 3 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 20) \\ & = 3 \cdot (1+20 + 2+19 + 3+18 + 4+17 + 5+16 + \dots + 9+12 + 10+11) \\ & = 3 \cdot 10 \cdot 21 \\ & = 630. \end{aligned}$$

Anmerkung: Liegen an einer Seite des gesamten Dreiecks  $n$  Hölzchen, so braucht man für die Gesamtfigur  $3 \cdot n \cdot (n+1) / 2$  Streichhölzchen. Der große deutsche Mathematiker Carl Friedrich Gauß (1777-1855) erhielt im Alter von neun Jahren auf der Volksschule die Aufgabe, die ganzen Zahlen von 1 bis 100 zusammenzuzählen. Zum großen Erstaunen seines Lehrers löste er die Aufgabe in wenigen Augenblicken wie folgt:

$$\begin{aligned} & 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 98 + 99 + 100 \\ & = 1+100 + 2+99 + 3+98 + \dots + 49+52 + 50+51 \\ & = 50 \cdot 101 \\ & = 5050. \end{aligned}$$

Diese elegante Methode wird auch oben bei der zweiten Rechnung verwendet.

### Klasse 7/8

- a) Die Summe der Zahlen von 1 bis 24 ist **14** **7** **16** **11** **9** **18**  
300. Daher muss die Summe der Zahlen in jeder der 4 Zeilen 75 betragen und die Summe der Zahlen in jeder der 6 Spalten ist jeweils gleich 50.

- b) Damit ergibt sich in der 3. Spalte oben die Zahl **16** und in der 4. Spalte unten die Zahl **17**. In der 2. Spalte passen dann nur die Zahlen **7** und **24**, wobei **24** unten stehen muss, da sonst die Summe in der 1. Zeile zu groß wird. Links oben steht dann **14**. In der 2. Zeile passen nur die Zahlen **1** und **5**, wobei **5** links stehen muss, da sonst die Summe in der 1. Spalte zu klein wird. In der 1. Spalte fehlt noch **23**. Zum Schluss muss man noch die vier restlichen Zahlen **4**, **12**, **15** und **19** unten rechts einpassen.

### Klasse 9/10

„Frohe Weihnachten wünscht Euch die Dechiffrier AG von Frau Stein. Wir hoffen, dass es Euch gefallen hat, diese kleine Botschaft zu entschlüsseln. Allen, die den Code herausgefunden haben, wünschen wir schoene Ferien.“

Es handelt sich um eine Codierung mit Hilfe eines Caesarschlüssels. Um die Schlüsselzahl zu bestimmen, untersucht man den Text auf den bzw. die Buchstaben, die am häufigsten in der Verschlüsselung vorkommen. Hier ist „n“ der häufigste Buchstabe. In deutschsprachigen Texten kommt statistisch der Buchstabe e am häufigsten vor. Eine Rückübersetzung von „n“ in „e“ entspräche dem Schlüssel 17. Probiert man dies aus, erhält man den obigen Text.